

**КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА**

**КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор  
з науково-методичної та  
навчальної роботи

О. Б. Жильцов

“09” 09 2014 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ВИЩА МАТЕМАТИКА**

Напрямок підготовки 6.030508 «Фінанси і кредит»

Інститут суспільства

2014-2015 навчальний рік

Робоча програма **Вища математика** для студентів галузі знань 0305  
«Економіка і підприємництво», напрямку підготовки 6.030508 «Фінанси і кредит».

Розробник: кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри  
інформаційних технологій і математичних дисциплін Київського університету імені  
Бориса Грінченка Астаф'єва Марія Миколаївна.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій і  
математичних дисциплін Інституту суспільства

Протокол від « 27 » серпня 2014 року №1

Завідувач кафедри  
інформаційних технологій і математичних дисциплін І. І. Юртин  
(підпис)

*Розподіл годин збіраємо з робочими  
навчальними планами, структура програми  
типова. Соколовська (С.В.)*

© Астаф'єва М.М., 2014 рік  
© КУБГ, 2014 рік

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програму розроблено з урахуванням рекомендацій МОН України (лист № 1/9-736 від 06.12.2007 р.) «Про Перелік напрямів (спеціальностей) та їх поєднання з додатковими спеціальностями і спеціалізаціями для підготовки педагогічних працівників за освітньо-кваліфікаційними рівнями бакалавра, спеціаліста, магістра».

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами кредитно-модульної системи організації навчання. Програма визначає обсяги знань, які повинен опанувати студент відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Педагогіка вищої школи», необхідне методичне забезпечення, складові та технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

**Мета дисципліни** полягає в підготовці фахівців з основами сучасного математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і прикладних задач в економіці; виробити навички математичного дослідження прикладних задач, побудови економіко-математичних моделей; розвивати логічне мислення, навчити студентів самостійно працювати з математичною літературою; дати необхідну математичну підготовку і знання для вивчення інших дисциплін професійного циклу, зокрема, статистики, економетрики, математичного програмування, економічного аналізу, тощо.

### **Основні змістові модулі дисципліни “Вища математика”:**

- основи лінійної і векторної алгебри;
- аналітична геометрія;
- вступ до математичного аналізу;
- диференціальне числення функції однієї змінної;
- інтегральне числення функції однієї змінної;
- диференціальне числення функції двох змінних;

**Вимоги щодо уявлень, знань та навичок.** В результаті вивчення дисципліни студент повинен *знати*:

- дії над матрицями;
- властивості визначника, обчислення визначника;
- побудова оберненої матриці; розв'язання систем рівнянь;
- дії над векторами; обчислення модуля, напрямних косинусів вектора;
- обчислення кута між двома векторами;
- знаходження рівняння прямої на площині, обчислення кута між двома прямими на площині;
- дослідження рівняння ліній другого порядку (еліпса, гіперболи, параболи);
- знаходження рівняння прямої і площини в просторі, обчислення кута між двома площинами і прямими просторі;
- знаходження границь числових послідовностей та функцій;
- диференціювання та інтегрування деяких функцій;
- дослідження функції однієї змінної та двох змінних на наявність екстремумів.

- Пошук найбільшого та найменшого значення в обмеженій замкнутій області функції однієї змінної та двох змінних

*і вміти:*

- знаходити обернену матрицю, обчислювати визначники;
- розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь різними методами: матричним, Крамера та Гауса ;
- обчислювати кут між двома векторами;
- диференціювати функцію;
- інтегрувати функцію;
- знаходити найбільше та найменше значення в обмеженій замкнутій області функції однієї змінної та двох змінних.

**Основні форми організації навчання при вивченні:** курсу є лекції, практичні роботи, самостійне опрацювання змісту програми щодо набуття навичок прикладних математичних досліджень з використанням спеціалізованого. Протягом вивчення тем передбачається проведення письмового опитування теорії і самостійних робіт по розв'язуванню задач.

**Дисципліна вивчається в обсязі 252 годин**, з них: лекції – 36 години, практичні заняття – 34 години, індивідуальна робота — 10 год., модульний контроль 10 год., самостійна робота — 90 год., семестровий контроль – 72 год.

Форма підсумкового контролю: екзамен у 1 та у 2 семестрах.

# СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

## “Вища і прикладна математика”

### I. ОПИС ПРЕДМЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Курс	Напрям, освітньо-кваліфікаційний Рівень	Характеристика навчальної дисципліни
<p>Кількість кредитів, відповідних ECTS: 7 кредитів</p> <p>Змістових модулів: 10</p> <p>Загальна кількість годин: 252 год.</p>	<p>Шифр і назва галузі знань 0305 Економіка і підприємництво</p> <p>Шифр і назва напрямку підготовки: 6.030508 Фінанси і кредит</p> <p>Освітньо-кваліфікаційний рівень "бакалавр"</p>	<p>Нормативна.</p> <p>Рік підготовки: 1</p> <p>Семестр: 1–2</p> <p>Аудиторні заняття 96 год, з них: лекції: 36 год. практичні заняття: 34 год.</p> <p>Індивідуальна робота: 10 год. Модульний контроль: 10 год. Самостійна робота: 90 год. Семестровий контроль 72 год.</p> <p>Вид контролю: екзамен за шкалою ECTS та за національною шкалою у 1 та 2 семестрах</p>

## II. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

№ п/п	Назви теоретичних розділів	Кількість годин						
		Разом	Лекцій	Практичних	Інд. робота	Модульний контроль	Самостійна робота	Семестровий контроль
Семестр 1								
Змістовий модуль I. Основи лінійної і векторної алгебри								
1.	Матриці, визначники, система рівнянь	26	6	6			14	
2.	Вектор, скалярний добуток	14	2	2	2	2	6	
Разом		40	8	8	2	2	20	
Змістовий модуль II. Аналітична геометрія								
3.	Аналітична геометрія на площині	16	4	4			8	
4.	Аналітична геометрія в просторі	16	2	2	2	2	8	
Разом		32	6	6	2	2	16	
Семестровий контроль		36						36
Разом за Семестр 1		108	14	14	4	4	36	36
Семестр 2								
Змістовий модуль III Вступ до математичного аналізу								
5.	Границя числових послідовностей	12	2	2			6	
6.	Границя функцій	16	2	2	2	2	6	
Разом		24	4	4	2	2	12	
Змістовий модуль IV Диференціальне числення функції								
7.	Похідна. Таблиця основних елементарних функцій Правила диференціювання	10	2	2			6	
8.	Дослідження функцій за допомогою похідних	18	4	2	2	2	8	
9.	Функція двох змінних, частинні похідні.	18	4	4			10	
Разом		46	10	8	2	2	24	
Змістовий модуль V Інтегральне числення функції однієї змінної								
10.	Невизначений інтеграл	18	4	4			10	
11.	Визначений інтеграл	20	4	4	2	2	8	
Разом		38	8	8	2	2	18	
Семестровий контроль		36						36
Разом за Семестр 2		144	22	20	6	6	54	36
Разом за навчальним планом		252	36	34	10	10	90	72

### ІІІ. ПРОГРАМА

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ І Основи лінійної і векторної алгебри.

##### **Лекція 1. Матриця дії над матрицями. (2 год.)**

Означення матриці. Додавання, множення двох матриць. Множення матриць на число. Транспонування матриць.

##### **Практичне заняття 1. Дії над матрицями (2 год.)**

[1, 2, 3, 4, 7-9]

##### **Лекція 2. Визначник матриці. (2 год.)**

Визначники матриць другого та третього порядку. Властивості визначників. Мінори та алгебраїчні доповнення. Обчислення визначника  $n$ -го порядку.

##### **Практичне заняття 2. Обчислення визначників. (2 год.)**

[1, 2, 3, 4]

##### **Лекція 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. (2 год.)**

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь, їх розв'язки. Метод Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Гауса розв'язування систем лінійних рівнянь.

**Практичне заняття 3. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. (2 год.)**

[1, 2, 3, 4, 7-9]

##### **Лекція 4. Вектор. (2 год.)**

Поняття вектора. Колінеарні і компланарні вектори. Скалярний добуток двох векторів. Умови колінеарності і компланарності векторів.

**Практичне заняття 4. Обчислення модуля вектора. Скалярний добуток векторів. Обчислення кута між векторами. (2 год.)**

[1, 2, 3, 4, 7-9]

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ ІІ. Аналітична геометрія

##### **Лекція 5. Пряма на площині (2 год.).**

Прямокутна декартова система координат на площині та її основні задачі. Різні види рівнянь прямої на площині. Взаємне розміщення двох прямих на площині. Кут між прямими. Відстань від точки до прямої.

**Практичне заняття 5. Побудова прямої на площині та обчислення параметрів прямої. (2 год.)**

[1, 2, 4, 5, 6, 7-9]

##### **Лекція 6. Лінії другого порядку (2 год.).**

Коло: означення, канонічне рівняння, властивості. Еліпс: означення, канонічне рівняння, властивості. Гіпербола: означення, канонічне рівняння, властивості. Парабола: означення, канонічне рівняння, властивості. Загальне рівняння ліній

другого порядку. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду.

**Практичне заняття 6. Побудова ліній другого порядку: еліпса, гіперболи, параболи. Директриса, ексцентриситет ліній другого порядку (2 год.)**

#### **Лекція 7. Площина та пряма в просторі (2 год.).**

Прямокутна декартова система координат в просторі. Різні види рівнянь площини в просторі. Взаємне розміщення двох площин в просторі. Рівняння прямої в просторі. Кут між прямими та площинами. Відстань від точки до площини.

**Практичне заняття 7. Площини в просторі. Прямі в просторі (2 год.)**

[1, 2, 3,4, 6, 7-9]

### **Семестр 2**

#### **Змістовий модуль III Вступ до математичного аналізу**

#### **Лекція 8. Границя послідовності (2 год.).**

Числові послідовності та способи їх задання. Поняття границі послідовності. Збіжні послідовності. Основні теореми про границі послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності.

**Практичне заняття 8. Обчислення границь числових послідовностей (2 год.)**

[1- 6, 7-9]

#### **Лекція 9. Границя функції (2 год.).**

Поняття границі функції в точці. Односторонні границі функції. Чудові границі. Розкриття невизначеностей. Неперервна функція в точці. Розриви функцій в точці.

**Практичне заняття 9. (2 год.) Знаходження границь функції в точці. Розкриття невизначеностей за допомогою чудових границь. Дослідження функцій на неперервність. Розриви функцій першого та другого роду.**

[1- 6, 7-9, 11-12]

#### **Змістовий модуль IV Диференціальне числення функції однієї змінної**

#### **Лекція 10. Похідна. Таблиця основних елементарних функцій (2 год.).**

Поняття похідної функції. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної. Рівняння дотичної, проведеної до графіка функції. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних. Похідна складеної і оберненої функцій. Поняття диференціала функції. Правила знаходження диференціалів. Застосування диференціала для наближених обчислень.

**Практичне заняття 10. Диференціювання функцій. Знаходження диференціала функцій. Наближення обчислення значення функції в точці (2 год.).**

[1- 6, 7-9]

**Лекція 11-12. Дослідження функцій за допомогою похідних (4 год.).**



Правило Лопітала. Зростання і спадання функції. Точки екстремуму і екстремуми функції. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

**Практичне заняття 11. Застосування правила Лопітала для обчислення границь функцій. Дослідження функції на зростання, спадання. Знаходження точок екстремуму, асимптот функцій. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка. (2 год.)**

[1- 6, 7-9]

**Лекція 13-14. Функція двох змінних, частинні похідні, екстремум функції двох змінних. (4 год.).** Означення функції двох змінних, область визначення, внутрішня, межа точка області, частинні похідні функції, похідні вищих порядків, екстремум функції двох змінних, дослідження функції двох змінних на екстремум.

**Практичне заняття 12-13 Функція двох змінних, частинні похідні, екстремум функції двох змінних (4 год.).**

[1- 6, 7-9]

**Змістовий модуль V Інтегральне числення функції однієї змінної**

**Лекція 15-16. Невизначений інтеграл (4 год.).**

Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Властивості невизначеного інтеграла. Інтеграли від основних елементарних функцій. Таблиця невизначених інтегралів. Методи інтегрування (розклад в алгебраїчну суму інтегралів, інтегрування заміною змінної, інтегрування за частинами). Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій.

**Практичне заняття 14-15. Невизначений інтеграл. Інтегрування функцій методами: розкладом в алгебраїчну суму інтегралів, заміною змінної, інтегрування за частинами. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій. (8 год.)**

[1- 6, 7-9]

**Лекція 17-18. Визначений інтеграл (4 год.).**

Означення визначеного інтеграла Рімана. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Ознаки інтегровності. Властивості визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбниця. Методи обчислення визначених інтегралів (інтегрування методом заміни змінної, інтегрування частинами). Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур, обчислення довжини лінії, обчислення об'ємів та площ поверхонь тіл обертання.

**Практичне заняття 16-17. Знаходження визначеного інтеграла за формулою Ньютона-Лейбниця. Застосування методів обчислення визначених інтегралів (інтегрування методом заміни змінної, інтегрування частинами). Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. (6 год.)**

[1- 6, 7-9]

# **IV. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА КАРТА ДИСЦИПЛІНИ ВИЩА І ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА**

**Разом: 210 год., лекції – 36 год., практичні заняття – 34 год., індивідуальна робота – 10 год., модульний контроль – 10 год., самостійна робота – 90 год., семестровий контроль – 72 год.**

## **Семестр 1**

Тиждень							
Модуль	Змістовний модуль 1				Змістовний модуль 2		
Назва модуля	Основи лінійної і векторної алгебри				Аналітична геометрія		
К-сть балів за модуль	8+20+25=53				6+20+25=51		
Лекції	1	2	3	4	5	6	7
Практичні	1	2	3	4	5	6	7
Теми лекцій	Матриця дії над матрицями	Визначник матриці	Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	Вектор	Пряма на площині	Лінії другого порядку	Площина та пряма в просторі
Теми практичних занять	Дії над матрицями	Обчислення визначників	Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь	Обчислення модуля вектора. Скалярний добуток векторів. Обчислення кута між векторами	Побудова прямої на площині та обчислення параметрів прямої	Побудова ліній другого порядку: еліпса, гіперболи, параболи. Директриси, ексцентриситет ліній другого порядку	Площини в просторі. Прямі в просторі
Бали	2	2	2+10	2+10	2+10	2	2+10
Модульний контроль	25				25		
Підсумковий контроль	Екзамен 40 балів						

Модуль	Змістовний модуль 3		Змістовний модуль 4			Змістовний модуль 5	
Назва модуля	Вступ до математичного аналізу		Диференціальне числення функції однієї змінної			Інтегральне числення функції однієї змінної	
К-сть балів за модуль	4+10+25=39		9+10+25=44			8+10+25=43	
Лекції	8	9	10	11-12	13-14	15-16	17-18
Практичні	8	9	10	11	12-13	14-15	16-17
Теми лекцій	Границя послідовності	Границя функції	Похідна. Таблиця основних елементарних функцій	Дослідження функцій за допомогою похідних	Функція двох змінних, частинні похідні, екстремум функції двох змінних.	Невизначений інтеграл	Визначений інтеграл
Теми практичних занять	Обчислення границь числових послідовностей	Знаходження границь функції в точці	Диференціювання функцій. Знаходження диференціала функцій. Наближення обчислення значення функції в точці	Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка	Функція двох змінних, частинні похідні, екстремум функції двох змінних.	Інтегрування функцій різними методами	Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур
Бали	2	2+10	2	3	4+10	4	4+10
Модульний контроль	25		25			25	
Розрахункова робота	30						
Підсумковий контроль	Екзамен 40 балів						

## **V. ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II. Основи лінійної і векторної алгебри**

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1. . Дії над матрицями(2 год.)**

##### **План заняття**

1. Алгебраїчні дії над матрицями.
2. Множення двох матриць.

[1, 2, 3,4,7-9]

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2. Обчислення визначників (2 год)**

##### **План заняття**

1. Обчислення визначників розмірності 2 та 3.
2. Обчислення мінорів та алгебраїчних доповнень елементів матриць.
3. Обчислення визначників вищих порядків розкладом за алгебраїчними доповненнями.

[1, 2, 3,4,7-9]

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3. Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь формулами Крамета та методом оберненої матриці (2 год)**

##### **План заняття**

1. Розв'язання системи рівнянь методом оберненої матриці.
2. Застосування формул Крамера.
3. Застосування методу Гауса до розв'язання систем рівнянь

[1, 2, 3,4,7-9]

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4. Вектор. Обчислення модуля вектора. Скалярний добуток векторів. Обчислення кута між векторами (2 год)**

##### **План заняття**

1. Вектор, дії над векторами.
2. Обчислення модуля вектора, напрямних косинусів.
3. Скалярний добуток двох векторів. Обчислення косинуса кута між векторами.

[1, 2, 3,4,7-9]

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 5. Побудова прямої на площині та обчислення параметрів прямої (2 год)**

##### **План заняття**

1. Побудова прямої на площині. Різні представлення прямої.
2. Умови паралельності та перпендикулярності прямих.
3. Обчислення кута між прямими.
4. Обчислення відстані від точки до прямої.

[1, 2, 4, 5, 6, 7-9]

#### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 6. Побудова ліній другого порядку:**

**еліпса, гіперболи, параболи.**

**Директриса, ексцентриситет ліній другого порядку (2 год)**

**План заняття**

1. Канонічне рівняння еліпса, гіперболи, параболи.
2. Параметри еліпса, гіперболи, параболи.
3. Директриса та ексцентриситет еліпса і гіперболи.
4. Оптичні властивості поверхонь, які визначаються лініями другого порядку

[1, 2, 4, 5, 6, 7-9]

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 7. Площини в просторі.**

**Прямі в просторі (2 год)**

**План заняття**

1. Побудова площини в просторі. Різні представлення площини в просторі.
2. Взаємне розміщення площин в просторі.
3. Різні представлення прямої в просторі.
4. Взаємне розміщення прямих в просторі.
5. Взаємне розміщення прямої і площини в просторі.

[1, 2, 4, 5, 6, 7-9]

**Семестр 2**

**Змістовий модуль III Вступ до математичного аналізу**

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 8. Обчислення границь числових послідовностей (2 год)**

**План заняття**

1. Обчислення границь послідовностей за властивостями границь.
2. Типи невизначеностей, їх розкриття.
3. Чудові границі, застосування чудових границь для розкриття невизначеностей.

[1- 6, 7-9]

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 10. Застосування чудових границь.**

**Нескінченно малі, великі послідовності. (2 год)**

**План заняття**

1. Застосування чудових границь для розкриття невизначеностей.
2. Нескінченно великі та малі послідовності.
3. Класифікація нескінченно малих послідовностей

[1, 2, 4, 5, 6, 7-9]

**ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 9. Знаходження границь функції в точці (2 год)**

**План заняття**

1. Обчислення границі функції в точці.
2. Невизначеність границі функції.
3. Чудові границі функцій.
4. Розкриття невизначеностей через чудові границі.

[1- 6, 7-9]

## **Змістовий модуль IV Диференціальне числення функції однієї змінної**

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 10. Диференціювання функцій. (2 год)**

#### **План заняття**

1. Табличні похідні.
2. Знаходження похідних, застосовуючи правила диференціювання.
3. Означення диференціала.
4. Знаходження диференціала за правилами.
5. Наближене обчислення функції в точці за допомогою диференціала.

[1- 6, 7-9]

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 11. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка. (2 год)**

#### **План заняття**

1. Монотонність функцій. Необхідні і достатні умови монотонності.
2. Екстремуми функцій. Необхідні і достатні умови екстремумів функції.
3. Асимптоти функції.
4. Загальна схема дослідження функції та побудова її графіка.

[1- 6, 7-9]

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 12. ФУНКЦІЯ ДВОХ ЗМІННИХ. ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ. ЧАСТИННІ ПОХІДНІ**

1. Означення функції двох змінних. Область визначення функції.
2. Лінії рівня, графічне зображення функції.
3. Частинні похідні по змінним.
4. Похідна за напрямком. Градієнт функції.
5. Похідні вищих порядків для функції двох змінних. Диференціал функції двох змінних.

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 13. ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ НА ЕКСТРЕМУМ**

1. Означення локального екстремуму функції двох змінних.
2. Необхідна умова локального екстремуму функції двох змінних
3. Достатня умова локального екстремуму функції.
4. Найменше та найбільше значення функції у замкненій множині.

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 14. НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ (2 ГОД)**

#### **План заняття**

1. Означення первісної функції, невизначеного інтеграла.
2. Властивості невизначеного інтеграла.
3. Правила інтегрування.

[1- 6, 7-9]

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 15. Правила інтегрування раціональних функцій. Інтегрування тригонометричних функцій (2 год)**

#### **План заняття**

1. Інтегрування деяких раціональних функцій.

2. Інтегрування тригонометричних функцій.

[1- 6, 7-9]

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 16. Визначений інтеграл (2 год)**

#### **План заняття**

1. Означення визначеного інтеграла.
2. Властивості визначеного інтеграла.
3. Формула Ньютона-Лейбниця.
4. Правила обчислення визначених інтегралів

[1- 6, 7-9]

### **ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 17. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур (2 год)**

#### **План заняття**

1. Обчислення площі криволінійної трапеції.
2. Обчислення площі плоскої фігури, обмеженої двома лініями.
3. Обчислення об'єму тіла, утвореного обертанням фігури навколо деякої осі.
4. Обчислення площі поверхні тіла, утвореного обертанням фігури навколо деякої осі.

[1- 6, 7-9]

## VI. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Розділи (обсяг в годинах)	Вид контролю
<b>Змістовий модуль I. Основи лінійної і векторної алгебри</b>	
Обчислення визначника порядку вищих за 3 зведенням їх до трикутного виду; розв'язання систем рівнянь з кількістю змінних більша за 3 методом Гауса; залежна, незалежна сукупність векторів, базис, розклад вектора за базисом. (20 год.)	Індивідуальна робота, поточний контроль
<b>Змістовий модуль II. Аналітична геометрія</b>	
Загальне рівняння ліній другого порядку, зведення рівнянь до канонічного виду перетвореннями (паралельний перенос, обертання навколо точки); рівняння площини і прямої в просторі; поверхні другого порядку. (16 год.)	Індивідуальна робота, поточний контроль
<b>Змістовий модуль III Вступ до математичного аналізу</b>	
Основні елементарні функції, їх властивості та графічне зображення; класифікація розривів. (12 год.)	Індивідуальна робота, поточний контроль
<b>Змістовий модуль IV Диференціальне числення функцій</b>	
Диференціювання оберненої функції, логарифмічне диференціювання. Похідна за напрямком, градієнт, частинні та мішані похідні вищих порядків для функцій двох змінних. (24 год.)	Індивідуальна робота, поточний контроль
<b>Змістовий модуль V Інтегральне числення функції однієї змінної</b>	
Методи інтегрування тригонометричних та ірраціональних функцій. Застосування визначеного інтеграла для обчислення об'єму тіла, утвореного обертанням та довжину дуги кривої. (18 год.)	Індивідуальна робота, поточний контроль
Разом: 90 год.	



## ВІІ. РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

**Розрахункова робота** — це вид самостійної роботи студента, яка включає розв'язання практичних завдань з усіх тем змістових модулів другого семестру, а саме:

- границі числових послідовностей, границі функцій;
- похідні, частинні похідні функцій двох змінних;
- визначені та невизначені інтеграли.

Розрахункова робота містить 15 завдань, кожне з яких оцінюється в 2 бали. Таким чином за роботу студент може отримати щонайменше 30 балів.

Примірний варіант розрахункової роботи:

### I. Вступ до математичного аналізу

Знайти границі числових послідовностей та функцій:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + 5n^3 - n + 1}{6n^4 - 2n^2 - 5n + 3}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n+2}),$$
$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2x-4}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin 2x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x-2} \right)^x$$

### II. Диференціальне числення функцій

1. Знайти похідну функцій:

$$y = \operatorname{tg} 4x - \operatorname{ctg}^2 x, \quad y = \frac{x^3}{1+x}$$

2. Дослідити функцію і побудувати її графік:

$$f(x) = x \ln x$$

3. Знайти частинні похідні функції двох змінних

$$z = \ln \left( x^2 + \frac{y}{x} \right), \quad z = x \sqrt{x^2 + y^2}$$

### III. Інтегральне числення функції однієї змінної

1. Знайти невизначені інтеграли:

$$\int \frac{5}{x^2 - 4} dx, \quad \int \frac{\ln x}{x^9} dx$$

2. Знайти визначені інтеграли:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx, \quad \int_0^{\sqrt{2}} \frac{4dx}{x^2 + 2}$$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = 2x - x^2, \quad y = -x$$

## VIII. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО І ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

У процесі оцінювання навчальних досягнень магістрантів застосовуються такі:

- *методи усного контролю:* індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда, екзамен;
- *методи письмового контролю:* модульне письмове тестування; письмове опитування теорії, реферат;
- *методи комп'ютерного контролю:* тестові програми (за наявності);
- *методи самоконтролю:* уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Навчальні досягнення студентів оцінюють за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

Контроль успішності студентів з урахуванням поточного і підсумкового оцінювання здійснюється відповідно до навчально-методичної карти (пункт IV), де зазначено види й терміни контролю. Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано таблицями 8.1 і 8.2. **Кількість рейтингових балів за семестр**

**Таблиця 8.1**

### Розрахунок рейтингових балів за видами модульного контролю

№ п/п	Вид діяльності	Семестри	
		1	2
1.	Облік відвідування лекцій	1x7=7	1x11=11
2.	Облік відвідування практичних занять	1x7=7	1x10=10
3.	Оцінювання знань на практичних	4x10=40	3x10=30
4.	Модульні контрольні роботи	2x25=50	3x25=75
5.	Розрахункова робота		30
6.	Всього за кожний семестр	104	155
7.	Всього після нормування	60	60
8.	Екзамен	40	40
<b>Підсумковий рейтинговий бал</b>		<b>100</b>	<b>100</b>

**Примітка:** Коефіцієнт нормування у першому семестрі визначається дробом  $60/104=0,58$ .

Коефіцієнт нормування у другому семестрі визначається дробом  $60/155=0,39$ .

Таблиця 8.2

**Порядок переведення рейтингових показників успішності  
у європейські оцінки ECTS**

<b>Підсумкова кількість балів (max = 100)</b>	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>	<b>Оцінка за 4-бальною шкалою</b>
1 – 34	F	<b>«незадовільно»</b> (з обов'язковим повторним курсом)
35 – 59	FX	<b>«незадовільно»</b> (з можливістю повторного складання)
60 – 68	E	<b>«задовільно»</b>
69 – 74	D	
75 – 81	C	<b>«добре»</b>
82 – 89	B	
90 – 100	A	<b>«відмінно»</b>

Загальні критерії оцінювання успішності студентів, які отримали за 4-бальною шкалою оцінки «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно», подано у табл. 8.3.

Таблиця 8.3

**Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень студентів**

<b>Оцінка</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
<b>«відмінно»</b>	ставиться за повні та міцні знання матеріалу в заданому обсязі, вміння вільно виконувати практичні завдання, передбачені навчальною програмою; за знання основної та додаткової літератури; за вияв креативності у розумінні і творчому використанні набутих знань та умінь.
<b>«добре»</b>	ставиться за вияв студентом повних, систематичних знань із дисципліни, успішне виконання практичних завдань, засвоєння основної та додаткової літератури, здатність до самостійного поповнення та оновлення знань. Але у відповіді студента наявні незначні помилки.
<b>«задовільно»</b>	ставиться за вияв знання основного навчального матеріалу в обсязі, достатньому для подальшого навчання і майбутньої фахової діяльності, поверхову обізнаність з основною і додатковою літературою, передбаченою навчальною програмою; можливі суттєві помилки у виконанні практичних завдань, але студент спроможний усунути їх із допомогою викладача.
<b>«незадовільно»</b>	виставляється студентові, відповідь якого під час відтворення основного програмового матеріалу поверхова, фрагментарна, що зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення. Таким чином, оцінка «незадовільно» ставиться студентові, який неспроможний до навчання чи виконання фахової діяльності після закінчення ВНЗ без повторного навчання за програмою відповідної дисципліни.

Виконання модульних контрольних робіт здійснюється з доступом до викладу теоретичного матеріалу.

Модульний контроль знань магістрантів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу модуля.

## **IX. МЕТОДИ НАВЧАННЯ**

### **I. Методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності**

#### **1) За джерелом інформації:**

- *Словесні*: лекція (традиційна, проблемна) інколи із застосуванням презентацій PowerPoint, пояснення, розповідь, бесіда.
- *Наочні*: спостереження, ілюстрація, демонстрація.
- *Практичні*: вправи.

#### **2) За логікою передачі і сприймання навчальної інформації:** індуктивні, дедуктивні, аналітичні, синтетичні.

#### **3) За ступенем самостійності мислення:** репродуктивні, пошукові, дослідницькі.

#### **4) За ступенем керування навчальною діяльністю:** під керівництвом викладача; самостійна робота студентів: з книгою; виконання індивідуальних завдань.

**II. Методи стимулювання інтересу до навчання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності:** навчальні дискусії; створення ситуації пізнавальної новизни; створення ситуацій зацікавленості (метод цікавих аналогій тощо).

Навчальний матеріал опрацьовується студентами під час лекцій, лабораторних занять, консультацій, індивідуальних занять і самостійно під час:

- опрацювання теоретичного лекційного матеріалу;
- розв'язування задач;

## **X. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КУРСУ**

- опорні конспекти лекцій;
- навчальні посібники;
- робоча навчальна програма;
- збірка тестових і контрольних завдань для тематичного (модульного) оцінювання навчальних досягнень студентів;
- завдання для ректорського контролю знань студентів

# **XI. ПИТАННЯ ДО ЕКЗАМЕНУ**

## **Семестр 1**

1. Означення матриці та її основні характеристики.
2. Сума, добуток двох матриць. Рівність двох матриць.
3. Множення матриці на число. Множення двох матриць
4. Правило обчислення визначника матриці 2-го порядку та 3-го порядків.
5. Основні властивості визначників.
6. Означення мінору та алгебраїчного доповнення елемента матриці.
7. Методи обчислення визначників матриць вище 3-го порядку?
8. Означення оберненої матриці. Як знайти таку матрицю?
9. Означення системи лінійних алгебраїчних рівнянь та її розв'язку.
10. Скільки розв'язків може мати система лінійних алгебраїчних рівнянь?
11. Правило Крамера розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
12. Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса?
13. Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь матричним методом?
14. Критерії сумісності та визначеності системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
15. Коли система рівнянь має безліч розв'язків і як розв'язки записуються? Як отримати частинний розв'язок із загального?
16. Означення вектора? Наведіть приклади векторних величин.
17. Сума, різниця векторів, добуток вектора на число.
18. Які вектори називають колінеарними? Сформулюйте умову колінеарності двох векторів у просторі.
19. Які вектори називають ортогональними? Сформулюйте умову ортогональності.
20. Скалярний добуток двох векторів? Навести дві формули для скалярного добутку.
21. Модуль вектора та напрямні косинуси вектора.
22. Формула обчислення кута між векторами?
23. Як визначається точка на відрізку, яка ділить відрізок на два відрізки у певному відношенні?
24. Площа трикутника за заданими координатами вершин трикутника.
25. Запишіть відомі Вам рівняння прямої на площині.
26. Умови паралельності двох прямих на площині.
27. Умови перпендикулярності двох прямих на площині.
28. Формули для визначення кута між прямими на площині.
29. Формула відстані від точки до прямої на площині.
30. Означення кола. Канонічне рівняння кола.
31. Означення еліпса. Канонічне рівняння еліпса.
32. Визначення координат фокусів та ексцентриситету еліпса?
33. Означення гіперболи та її асимптот. Канонічне рівняння гіперболи.
34. Означення параболи, її фокусу та директриси. Канонічне рівняння параболи.
35. Рівняння прямої в просторі.
36. Рівняння площини в просторі.
37. Умови паралельності двох прямих в просторі.
38. Умови перпендикулярності двох прямих в просторі.
39. Умови паралельності двох площин в просторі.
40. Умови перпендикулярності двох площин в просторі
41. Умови паралельності прямої і площини в просторі
42. Умови перпендикулярності прямої і площини в просторі
43. Кут між площинами в просторі.
44. Кут між прямими в просторі.
45. Означення кута між площинами.

## Семестр 2

1. Поняття функції. Область визначення і область значень функції. Способи задання функції.
2. Основні властивості функцій. Обернена і складена функції.
3. Основні елементарні функції. Елементарні функції.
4. Функції, які використовуються в економічних дослідженнях: функції попиту та пропозиції; виробнича функція; функція Кобба-Дугласа.
5. Числові послідовності та способи їх задання. Деякі види числових послідовностей (обмежені, монотонні).
6. Поняття границі послідовності. Збіжні послідовності.
7. Властивості границь. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності.
8. Поняття границі функції в точці. Односторонні границі функції.
9. Основні теореми про границі. Чудові границі.
10. Поняття неперервної функції в точці та на проміжку. Різні означення неперервної функції.
11. Неперервність основних елементарних функцій.
12. Точки розриву функцій та їх класифікація.
13. Поняття похідної функції. Геометричний, механічний та економічний зміст похідної.
14. Правила диференціювання.
15. Похідні основних елементарних функцій. Таблиця похідних.
16. Похідна складеної і оберненої функцій.
17. Похідні вищих порядків.
18. Поняття диференціала функції. Правила знаходження диференціалів.
19. Зростання і спадання функції. Застосування похідної до знаходження інтервалів зростання і спадання функції.
20. Екстремуми функції. Застосування похідної до знаходження точок екстремуму і екстремумів функції.
21. Область визначення функції двох змінних, ОДЗ аргументів.
22. Лінії рівня графічне зображення функції двох змінних.
23. Частинні похідні функції двох змінних.
24. Похідна за напрямом, градієнт функції двох змінних.
25. Диференціал функції двох змінних.
26. Точки екстремуму функції двох змінних.
27. Необхідна умова екстремуму функції двох змінних.
28. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
29. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій множині.
30. Поняття первісної і невизначеного інтеграла, його властивості.
31. Таблиця невизначених інтегралів.
32. Методи інтегрування (метод розкладу в алгебраїчну суму інтегралів, метод заміни, метод інтегрування за частинами).
33. Безпосередній метод інтегрування функції.
34. Метод заміни змінної під знаком інтеграла.
35. Метод інтегрування за частинами.
36. Інтегрування раціональних функцій.
37. Поняття визначеного інтеграла. Класи інтегровних функцій.
38. Властивості визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла.
39. Формула Ньютона-Лейбніца.
40. Методи обчислення визначених інтегралів (метод заміни, метод інтегрування

- за частинами).
41. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур, обчислення об'ємів та площ поверхонь тіл обертання.
  42. Економічний зміст визначеного інтеграла.

## ХІІ. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна:

1. Валєєв К. Г., Джалладова І. А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. — Ч. 1. — К.: КНЕУ, 2002. — 451 с
2. Валєєв К. Г., Джалладова І. А. Вища математика: Навч. посібник: У 2-х ч. — Ч. 2. — К.: КНЕУ, 2002. — 451 с. ISBN 966–574-354-6
3. Практикум з вищої математики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І.І.Юртин, О.Ю.Дюженкова, О.Б.Жильцов та ін.; за ред. І.І.Юртина. — К.: МА-УП, 2003. — 248 с.
4. Вища математика: Збірник задач: Навч. посібник / В.П.Дубовик, І.І.Юрик, І.П.Вовкодав та ін.; За ред. В.П.Дубовика, І.І.Юрика. — К.: А.С.К., 2001. — 480 с.
5. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика. Приклади і задачі: Посібник. — К.: Академія, 2002. — 624 с.

### Додаткова:

6. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н.Ш.Кремер, Б.А.Путко, И.М.Тришин, М.Н.Фридман / Под ред. Проф. Н.Ш.Кремера. — М.: ЮНИТИ, 2000. — 471 с.
7. Шипачев В.С. Высшая математика. — М.: Высшая школа, 1990. — 479 с.
8. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів. Вища математика. — К.: Національна академія управління, 1999. — 399 с.
9. Данко П.Е., Кожевников А.Г., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. — М.: Высшая школа, 1986. — 354 с.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1968. — 232 с.
11. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник. — М.: МГУ им М.В. Ломоносова, Издательство "Дис", 1998. — 368 с.
12. Хазанова Л.Э. Математическое моделирование в экономике: Учебное пособие. — М.: БЕК, 1998. — 141 с.